

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in
Kaiserslautern**

Abschlussprüfung: Mathe für W2

Datum: 11.12.2009

Dauer: 90 Minuten

Aufgabe 1

Lösen Sie das folgende lineare Optimierungsproblem:

$$z(x, y) = 2 \cdot x + y + 3 \rightarrow \max!$$

Nebenbedingungen: $x \geq 0, y \geq 0$

$$8 - x \geq y$$

$$y \geq 5 - \frac{1}{2} \cdot x$$

$$y \geq 2$$

(10 Punkte)

Aufgabe 2Wie nennt man die Niveaulinien einer Nutzenfunktion? (1 Extrapunkt)

Bestimmen Sie alle ersten und zweiten Ableitungen der folgenden Funktion:

$$f(x, y) = x^4 \cdot y^3 + 4 \cdot x^3 - 9 \cdot y^2 \quad D_f = \mathbb{R}^2 \quad (10 \text{ Punkte})$$

Aufgabe 3

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem:

$$2 \cdot x + y + 6 \cdot z = 7$$

$$2 \cdot x + 3 \cdot y + 5 \cdot z = 31$$

$$6 \cdot x + y + 3 \cdot z = 29$$

(9 Punkte)

Aufgabe 4

Eine Firma produziert ein Gut unter vollständiger Konkurrenz. Die Kostenfunktion lautet $K(x) = 1.000 + \frac{1}{30} \cdot x^3 + \frac{1}{20} \cdot x^2 \quad D_K = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$, wobei x die Produktions- und Angebotsmenge ist. Der Absatzpreis sei durch p_x gegeben.

- a) Stellen Sie die Gewinnfunktion $G(x)$ auf (1 Punkt).
- b) Ermitteln Sie die gewinnmaximale Produktionsmenge (in Abhängigkeit von p_x) (6 Punkte).
- c) Zeichnen Sie die Angebotsfunktion für $100 \leq p_x \leq 150$ (3 Punkte).

Aufgabe 5

a) Bestimmen Sie mit dem Newton-Verfahren den Näherungswert x_2 für die Nullstelle der Funktion $f(x) = 2^x + 3 \cdot \ln(x) \quad D_f = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$, wobei $x_0 = 1$ der Startwert sein soll. Rechnen Sie jeweils auf vier Nachkommastellen genau (5 Punkte).

b) Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte von $f(x) = x^2 - e^x \quad D_f = \mathbb{R}$. Geben Sie auch an, in welchen Bereichen die Funktion streng konvex oder streng konkav verläuft (7 Punkte).

Aufgabe 6

Bei einer statistischen Untersuchung haben sich folgende Beobachtungswerte ergeben:

8; 6; 12; 5; 7; 6; 12; 9; 11; 1; 8; 7; 7; 8; 5; 5; 5; 9; 11

- a) Bestimmen Sie den Modus, den Median und das arithmetische Mittel (4 Punkte).
- b) Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion (5 Punkte).